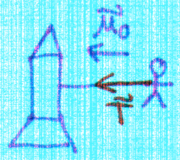
Pauta Ejercicio Mecánica nº3

Prof. P. Sotomayor
aux: S. Diaz
C. Testart

a) 

Para obtener la velocidad angular $\dot\phi(t)$ y la rapidez $v(t) = \|\vec v\|$ se necesitan las ecuaciones escalares:

$$\vec r = \rho\hat\rho$$
$$\vec v = \dot\rho\hat\rho + \rho\dot\phi\hat\phi$$
$$\vec a = (\ddot\rho - \rho\dot\phi^2)\hat\rho + (2\dot\rho\dot\phi + \rho\ddot\phi)\hat\phi$$

• el astronauta recoge la cuerda a una tasa de $\mu_0 \Rightarrow \dot\rho = -\mu_0$
$\Rightarrow \ddot\rho = 0 \;\wedge\; \rho = R - \mu_0 t$ (pues $\rho(0) = R$)

Luego,
$$\vec r = (R_0 - \mu_0 t)$$
$$\vec v = -\mu_0\hat\rho + (R_0 - \mu_0 t)\dot\phi\hat\phi$$
$$\vec a = -(R_0 - \mu_0 t)\dot\phi^2\hat\rho + (2(-\mu_0)\dot\phi + (R_0 - \mu_0 t)\ddot\phi)\hat\phi$$

$$\sum \vec F = \vec T = -T\hat\rho \Rightarrow \boxed{\begin{array}{l}\hat\rho)\;\; T = (R_0 - \mu_0 t)\dot\phi^2 m \\ \hat\phi)\;\; 0 = m(-2\mu_0\dot\phi + (R_0 - \mu_0 t)\ddot\phi)\end{array}}$$ [1 pto]

De la ecuación en $\hat\phi$ se tiene: $(R_0 - \mu_0 t)\ddot\phi = 2\mu_0\dot\phi \qquad \ddot\phi = \frac{d\dot\phi}{dt}$

$$\Rightarrow \frac{d\dot\phi'}{\dot\phi'} = \frac{2\mu_0 dt'}{(R_0 - \mu_0 t')} \;\Big/ \int_{\dot\phi_0}^{\dot\phi}\int_0^t \qquad \text{En } t=0,\; \dot\phi(0) = \Omega_0$$

$$\Rightarrow \ln\dot\phi'\Big|_{\Omega_0}^{\dot\phi} = -2\ln(R_0 - \mu_0 t')\Big|_0^t$$

$$\Rightarrow \ln\left(\frac{\dot\phi}{\Omega_0}\right) = -2\ln\left(\frac{R_0 - \mu_0 t}{R_0}\right) \Rightarrow \boxed{\dot\phi(t) = \Omega_0\left(\frac{R_0}{R_0 - \mu_0 t}\right)^2}$$ [1 pto]

Entonces,
$$v(t) = \|\vec v\| = \sqrt{\mu_0^2 + (R_0 - \mu_0 t)^2\Omega_0^2\left(\frac{R_0}{R_0 - \mu_0 t}\right)^4}$$

$$\boxed{v(t) = \sqrt{\mu_0^2 + \frac{\Omega_0^2 R_0^4}{(R_0 - \mu_0 t)^2}}}$$ [1 pto]

b) De la ec en $\hat\rho$, $T(t) = (R_0 - \mu_0 t)\, m\,\Omega_0^2\left(\frac{R_0}{R_0 - \mu_0 t}\right)^4 \quad \boxed{T(t) = \frac{m\Omega_0^2 R_0^4}{(R_0 - \mu_0 t)^3}}$ [1 pto]

c) En $\bar t$ se corta la cuerda $\Rightarrow T(\bar t) = 27\, m R_0\Omega_0^2$

$$\Rightarrow 27\cancel{m}\cancel{R_0}\cancel{\Omega_0^2} = \frac{\cancel{m}\cancel{\Omega_0^2} R_0^{\cancel{4}\,3}}{(R_0 - \mu_0\bar t)^3} \Rightarrow 3^3 = 27 = \frac{R_0^3}{(R_0 - \mu_0\bar t)^3} \Rightarrow 3 = \frac{R_0}{R_0 - \mu_0\bar t}$$

$$\Rightarrow \boxed{\bar t = \frac{2R_0}{3\mu_0}}$$ [1 pto]

La distancia $d = \rho(\bar t) = R_0 - \mu_0\bar t = R_0 - \cancel{\mu_0}\frac{2R_0}{3\cancel{\mu_0}} \Rightarrow \boxed{d = R_0/3}$ [1 pto]